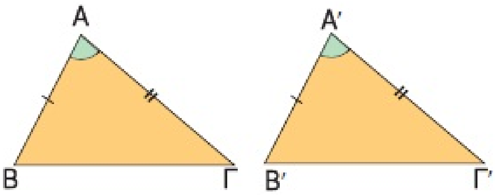
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΤΗΝ ΙΣΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

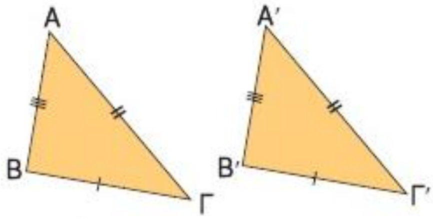
1) Παρατηρώντας τις εικόνες κάτω να διατυπώσετε τα αντίστοιχα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

1^{o} κριτήριο



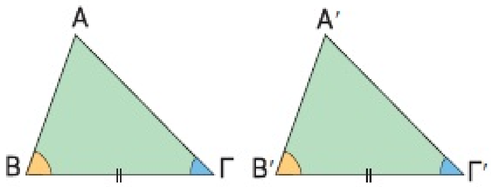
____
____
____

2^{o} κριτήριο



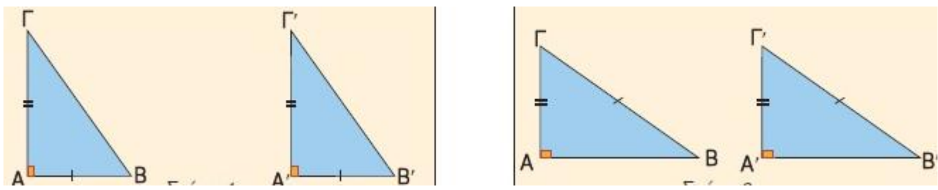
____
____
____

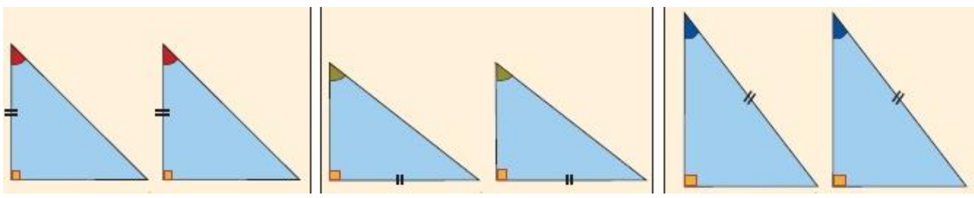
3^{o} κριτήριο



____
____
____

Κριτήρια ισότητας Ορθογωνίων τριγώνων:





ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διχοτόμος του ΑΔ. Στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ παίρνουμε ίσα τμήματα ΑΖ και ΑΕ αντίστοιχα. i) Να αποδείξετε ότι $A\hat{Z}\Delta = A\hat{E}\Delta$ και να βρείτε όλα τα αντίστοιχα ίσα στοιχεία τους.
ii) Να φέρετε την ΖΕ και να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $Z\hat{\Delta}E$ είναι ισοσκελές.

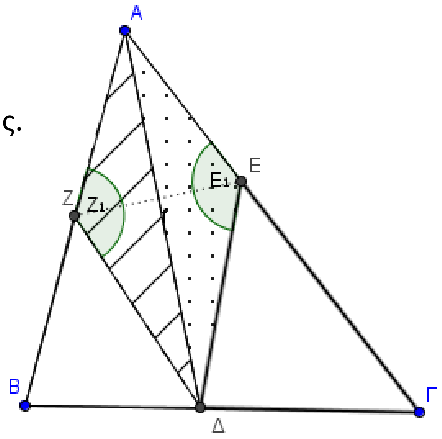
2) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $A\hat{B}\Gamma$ (ΑΒ = ΑΓ) και το ύψος του ΑΔ. Να πάρετε στις ίσες πλευρές ίσα τμήματα ΑΚ και ΑΛ αντίστοιχα. i) Να αποδείξετε ότι ΒΚ =ΓΛ και ii) Να αποδείξετε ότι $B\hat{K}\Delta = \Lambda\hat{\Delta}\Gamma$

3) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $A\hat{B}\Gamma$ (ΑΒ=ΑΓ).Να φέρετε ίσα ευθύγραμα τμήματα ΔΒ και ΕΓ κάθετα στη ΒΓ στα Σημεία Β και Γ αντίστοιχα.
- **i)** Να αποδείξετε ότι $A\hat{B}\Delta = A\hat{\Gamma}E$ και να γράψετε τα ίσα στοιχεία τους.
- **ii)** Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $A\hat{\Delta}E$ είναι ισοσκελές.
- **iii)** Αν Ζ και Η είναι τα σημεία τομάς των ΑΔ και ΑΕ με την ΒΓ αντίστοιχα, να δείξετε ότι τα τρίγωνα $B\hat{\Delta}Z$ και $\Gamma\hat{E}H$ είναι ίσα.

ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

1)

γνωστά	άγνωστα
• ΑΔ είναι διχοτόμος της $\hat{A}$ άρα $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \frac{\hat{A}}{2}$	**i)** $\overset{\triangle}{AZ\Delta} = \overset{\triangle}{AE\Delta}$
•• ΑΖ = ΑΕ	**ii)** $\overset{\triangle}{Z\Delta E}$ ισοσκελές.



Λύση: i) τα $\overset{\triangle}{AZ\Delta}$ και ΑΕΔ έχουν :

1) ΑΖ = ΑΕ
2) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ $\Leftrightarrow$ $\overset{\triangle}{AZ\Delta} = \overset{\triangle}{AE\Delta}$ (Π – Γ – Π) $\Leftrightarrow$
3) ΑΔ = ΑΔ

4) ΖΔ = ΔΕ
5) $\hat{Z}_1 = \hat{E}_1$
6) $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2$

ii) Αφού ΖΔ = ΔΕ το τρίγωνο $\overset{\triangle}{Z\Delta E}$ είναι ισοσκελές

2)

γνωστά	άγνωστα
• $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ ισοσκελές τρίγωνο ⇔ ΑΒ = ΑΓ και $\hat{B} = \hat{\Gamma}$	**i)** ΒΚ = ΓΛ
•• ΑΔ ύψος ($\hat{\Delta}$ =90^{O})	**ii)** $\overset{\triangle}{BK\Delta} = \overset{\triangle}{\Lambda\Gamma\Delta}$
••• ΑΚ = ΑΛ	

Λύση: i) ΒΚ = ΑΒ – ΑΚ = ΑΓ – ΑΛ = ΓΛ άρα **ΒΚ = ΓΛ**

ii) Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση είναι ταυτόχρονα και διάμεσος, άρα το ύψος ΑΔ είναι και διάμεσος άρα το σημείο Δ είναι μέσον του ΒΓ, άρα ΒΔ = ΓΔ = $\frac{B\Gamma}{2}$

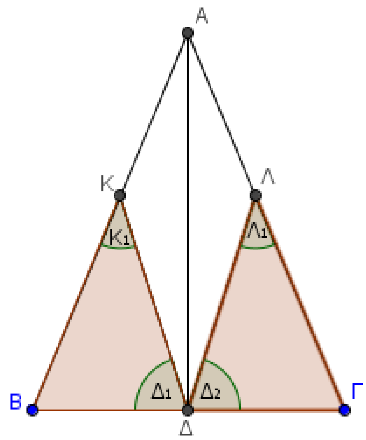
Τα τρίγωνα $\overset{\triangle}{BK\Delta}$ και $\overset{\triangle}{\Delta\Lambda\Gamma}$ έχουν:

1) ΒΚ = ΛΓ
2) $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ $\Leftrightarrow$ $\overset{\triangle}{BK\Delta} = \overset{\triangle}{\Delta\Lambda\Gamma}$ (Π – Γ – Π)
3) ΒΔ = ΔΓ

γνωρίζοντας ότι απέναντι από ίσες γωνίες έχουμε ίσες πλευρές και αντίστροφα, έχουμε: 4) ΚΔ = ΔΛ

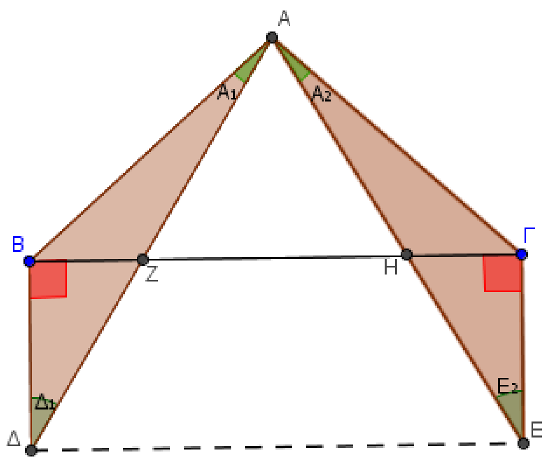
5) $\hat{K}_1 = \hat{\Lambda}_1$

6) $\hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2$



3)

γνωστά	άγνωστα
• $\overset{\triangle}{AB\Gamma}$ ισοσκελές ⇔ ΑΒ=ΑΓ και $\hat{B} = \hat{\Gamma}$	**i)** $\overset{\triangle}{AB\Delta} = \overset{\triangle}{A\Gamma E}$
•• ΔΒ ⊥ ΒΓ ⇔ Δ$\hat{B}$Γ = 90^{o}	**ii)** $\overset{\triangle}{A\Delta E}$ ισοσκελές
ΕΓ ⊥ ΒΓ ⇔ Ε$\hat{\Gamma}$Β = 90^{o}	
••• ΒΔ =ΓΕ	



Λύση : i) Α$\hat{B}$Δ = $\hat{B}$ +90^{o} = $\hat{\Gamma}$ +90^{o} = Α$\hat{\Gamma}$Ε

Τα $\overset{\triangle}{AB\Delta}$ και $\overset{\triangle}{A\Gamma\Delta}$ έχουν:

1) ΑΒ = ΑΓ
2) Α$\hat{B}$Δ = Α$\hat{\Gamma}$Ε $\Leftrightarrow$ $\overset{\triangle}{AB\Delta} = \overset{\triangle}{A\Gamma E}$ (Π=Γ-Π) $\Leftrightarrow$
3) ΒΔ =ΓΕ

4) ΑΔ = ΑΕ
5) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$
6) $\hat{\Delta} = \hat{E}$

ii) Αφού ΑΔ = ΑΕ τότε το τρίγωνο $\overset{\triangle}{A\Delta\Gamma}$ είναι ισοσκελές

iii) είναι ορθογώνια τρίγωνα με ίσες τις κάθετες πλευρές αντίστοιχα ΒΔ = ΓΕ και ίσες τις οξείες γωνίες $\hat{\Delta}_1 = \hat{E}_2$